Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye
2016-2017
7.osztály
Döntő
Megoldások

1. *Egy versenyen hárman indultak: Pisti, Ricsi és Ottó. Minden futam után a győztes 10 pontot kapott, a második 5 pontot, a harmadik pedig 1 pontot. Pisti összesen 35 pontot szerzett, Ricsi 27-et, Ottó pedig 18-at. A verseny során egyszer sem fordult elő holtverseny, vagyis hogy két versenyző ugyanazt a helyezést érte volna el. Milyen sorrendben nem érkezhettek a versenyzők egyik futamban sem?*

Megoldás:

A három fiú összesen 80 pontot gyűjtött. Egy futamban 16 pontot adtak ki, így összesen öt futam volt. Ottó 3-szor lett harmadik, egyszer második, egyszer első. Ricsi kétszer harmadik, egyszer biztosan második, a maradék 20 pontja két futamra csak úgy lehet, hogy első lett kétszer. Így Pisti háromszor lett második és kétszer első.

Tehát Pisti nem lehet harmadik, így ilyen sorrendek nem alakulhattak ki:

Ricsi-Ottó-Pisti vagy Ottó-Ricsi-Pisti.

2. *Az osztály tanulói közül 25-en tudnak kerékpározni, 20-an úszni, de egyetlen olyan gyerek sincs, aki a két sport valamelyikéhez ne értene. Az osztálylétszám hatszorosa olyan szám, amelynek számjegyeit összeadva háromszor akkora számot kapunk, mint a tanulólétszám számjegyeinek összege. Hány tanuló járhat az osztályba?*

Megoldás:

Az osztály létszáma legalább 25, legfeljebb 45.

25-től 45-ig két olyan szám van, amely a feltételnek megfelel:

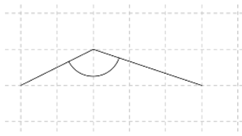
$30, mert \quad 30 \cdot 6 = 180 \quad és \quad 3 \cdot 3 = 9$

$33, mert \quad 33 \cdot 6 = 198 \quad és \quad 6 \cdot 3 = 18$

($45 \cdot 6 = 270$, ezért az osztálylétszám számjegyeinek összege kisebb 7.
A 270-nél nem nagyobb 3-mal osztható számok közül a legnagyobb jegyösszegű a 198. (1+9+8):3=6, ennél nagyobb az osztálylétszám jegyeinek összege nem lehet.)

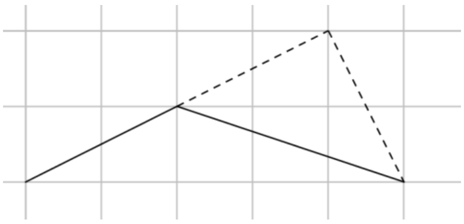
Tehát lehet 30, 31, 32, 33, 40, 41, vagy 42.)

3. Hány fokos szöget zár be egymással a négyzetrácsba berajzolt két szakasz?



Megoldás:

Egy lehetséges megoldás, ha a szaggatott vonallal jelölt szakaszokat behúzzuk. Ezek ugyanolyan hosszúak, és merőlegesek egymásra. Így a hosszabb szakasszal derékszögű, egyenlő szárú háromszöget alkotnak, 45°-os alapon fekvő szöggel. Ez a keresett szög kiegészítő szöge, ezért a keresett szög 135°-os.



4. *6 jó barát moziba megy. Egy sorba, egymás mellé szóló jegyeket vásárolnak. Hányféleképpen ülhetnek sorba, ha közöttük 2 lány van, és a lányok nem szeretnének egymás mellé ülni?*

Megoldás:

Először nézzük a lányok lehetséges helyeit: _f_f_f_f_

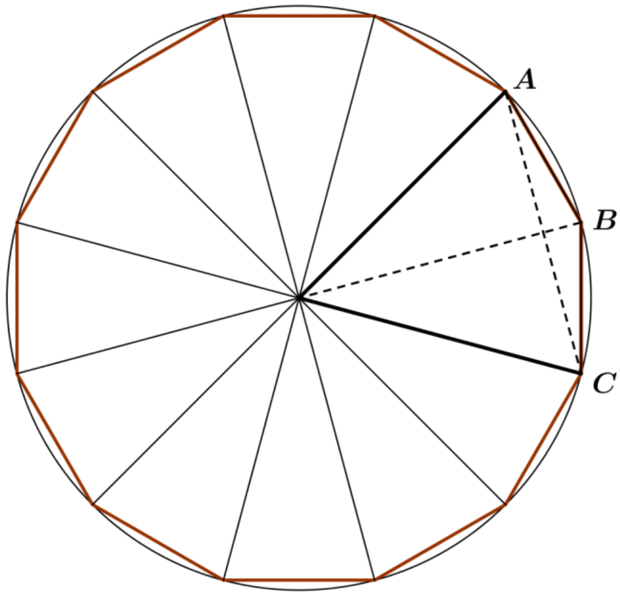
Az öt helyből tízféleképpen választhatjuk ki, hova üljenek.

Bármelyiket választjuk, a lányok kétféle, a fiúk 24-féleképpen ülhetnek le. Így a megoldás: $10 \cdot 2 \cdot 24 = 480$ lehetőség van.

2. Megoldás: Összes sorrend: 6!=720. Ebből rossz, ha a két lány egymás mellett ül: 5!*2=240. (tekintsük egynek a lánypárt, így 5!, de helyet cserélhetnek, ezért *2) A megoldás tehát 720-240=480 lehetőség.

5. *Mekkora a területe 4 cm sugarú körbe írt szabályos tizenkétszögnek?*

Megoldás:



A szabályos 12 $-$szög 12 darab egyenlőszárú háromszögből áll, $30°$-os szárszöggel. Az A, B, C csúcsok a kör középpontjával (O) egyrészről ezek közül kettő, másrészről deltoidot alkotnak.

Az AOC egyenlő szárú háromszög, $60°$-os szárszöggel, azaz szabályos. $AC = 4\ cm$.

A deltoid területe $8\ cm^2$.

A szabályos tizenkétszög területe $8 \cdot 6 = 48\ cm^2$.