Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye
2017-2018
6.osztály
Döntő - MEGOLDÁSOK

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | c3 | c2 | d2 |
| I.eset | 4 | 32 | 2 vagy 11 |
| II. eset | 3 | 2 | 1 |

1. *****Írd be a táblázat mezőibe az 1, 2, 3, 4 számokat úgy, hogy minden sorban és minden oszlopban mind a négy szám pontosan egyszer szerepeljen, és a megadott relációk is teljesüljenek.*
**Megoldás:** $c3>c2>d2$, foglaljuk táblázatba a lehetőségeket e 3 mezőre:

I. eset: $c3=4$

*a3* nem lehet 3, de 4 sem, mert sorában, oszlopában már van ilyen. $a3 >b3$, ezért $a3=2$ és $b3=1$ marad. Ekkor viszont *d3*-ba már csak a 3-as jut, ami *d1*-gyel ütközik. Az I. eset tehát nem ad megoldást.

II. eset

$c3=3$, amiből $c2=2$,(mert van nála kisebb tőle jobbra) $d2=1$. Most $a3;b3$ párosba az előbbi 2;1, vagy 4;2, vagy 4;1 írható. Ha viszont *a3*-ba 4-et írunk, akkor *a2* mezőt nem tudjuk kitölteni, mert sorában és oszlopában minden szám megjelent, ezért marad az előbbi 2;1 számpár $a3;b3$-ba. Innen a Sudoku szabályait követve folytatjuk a kitöltést: $d3=4, d4=2$, s mivel csak egy db 2-es hiányzik a táblából, az csak a *b1* lehet. $b4=4$ (mert sorában vagy oszlopában szerepel a többi szám), így $c4=1$ adódik. Most $b2=3\rightarrow a2=4\rightarrow a1=1\rightarrow c1=4$

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **3** | 4 | *1* | *2* |
| 2  | 1 | 3 | 4 |
|   |  | 2 | 1 |
|   | *2* |  | **3** |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **3** |  |  |  |
| *2*  | *1* | *3* | *4* |
|  |  | 2 | 1 |
|  |  |  | **3** |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **3** | 4 | 1 | 2 |
| 2  | 1 | 3 | 4 |
| *4*  | *3* | 2 | 1 |
| *1*  | 2 | *4* | **3** |

1. *Az ábrán látható elemeink vannak. Kihagyható-e pontosan 2 elem úgy, hogy a maradék készletből egy négyzetet lehessen kirakni. Ha igen, add meg, melyik két elemet kell kihagyni, és hogyan lehet kirakni a négyzetet, ha nem, állításod indokold. (Az elemek 3, 4, 5 vagy 6 egybevágó négyzetből állnak.)
***Megoldás:**
Az elemek területe összesen: 4+4+4+3+5+5+6+6=37. Egy 37-nél kisebb területű négyzet területe lehet 36, 25, 16, 9, 4, vagy 1. Mivel csak 2 elemet hagyhatunk el, a levont terület legfeljebb 6+6=12 egység, 37-12=25, így az ennél kisebb négyzetek nem jönnek számításba. 1 egység területű elemünk nincs, ezért a 36 sem lehet jó.
Így az elhagyható elemek a 6 egységnyiek, és 25 egységnyi négyzetet kell kirakni a többiből, ha ez lehetséges. És lehet. Ld. pl.az ábrát!
2. *Pisti programozni tanul. Írt egy programot, ami random (tetszőlegesen, véletlenszerűen) választ 3 db 10-nél nagyobb prímet, és ezeket a számhármasokat kiírja a monitorra. Pistinek már van egy csomó ilyen számhármasa. Néhányat megvizsgált, és ezek mindegyikénél azt vette észre, hogy a három szám között vagy van kettő, amelyiknek az összege osztható 10-zel, vagy ha nincs, akkor van kettő olyan, amelyiknek a különbsége osztható 10-zel. Pl a (101; 37; 643) között a 643+37 ilyen, míg a (761; 821; 13) esetében a 821-761 ilyen.*

*Vajon biztos-e, hogy a program által kiírt számhármasok mindegyike ilyen lesz, bármeddig fut is a program?***Megoldás:**
Igen, biztos. A 10-nél nagyobb prímek végződése 1, 3, 7, 9 lehet. Páros nem, mert akkor 2-vel lenne osztható a szám, 5 sem, mert akkor 5-tel. A 3 szám között, ha van két azonos végződésű, akkor azok különbsége 0-végű, így osztható 10-zel. Ha viszont nincs 2 egyforma, akkor a 4 végződés közül csak 1 hiányzik, így a 3+7 és a 9+1 páros egyike megjelenik. Ezek összege 0-végű, tehát osztható 10-zel.

1. *A 6. b tanulói között sokan zenélnek, és sokan sportolnak, mindössze 6 olyan diákja van ennek az osztálynak, aki e két elfoglaltság egyikére sem jár. A zenélők ¾ része sportol, míg a sportolók 2/3 része zenél. 12-en mindkettőre járnak.*

*Hány zenész, hány sportoló jár az osztályba, és hány fős ez az osztály?***Megoldás:**A zenélők ¾ része 12 fő, a zenészek száma tehát $12\*4÷3=16$.
A sportolók 2/3 része ugyanez a 12 fő, a sportolók száma tehát $12\*3÷2=18$.
Az osztálylétszám ezért $18+16-12+6=28$ fő.

1. *Hány olyan 3-jegyű szám van (tízes számrendszerben), mely legfeljebb 2 különböző számjegyet tartalmaz?***Megoldás:**

Olyan 3-jegyű szám, mely csak egyféle számjeggyel bír **9 db** van. (111, 222, …, 999)
A 2-féle számjegyűeket számoljuk most össze, jelöljük *a*-val az első számjegyet.
*aab, aba, abb* alakú számok lesznek jók. Itt *a* nem lehet 0, tehát 9-féle értéket vehet fel, míg *b* lehet 0, de *a*-val nem egyenlő, így *b* is 9 féle értéket vehet fel. Eszerint *a* és *b* számpárra $9\*9=81$ választás lehetséges.

Mindhárom típusban ugyanennyi, ez $3\*81=243$, amihez jön még az első 9 szám, összesen tehát **252 db** ilyen szám van.