

Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye

2016-2017

5.osztály

Döntő

Megoldások

1. *Egy kávéházban találkozik Fehér, a szobrász, Fekete, a hegedűművész és Vörös, a festőművész. Valamelyikük a következőt mondja: „Milyen érdekes! Egyikőtöknek fehér a haja, másiktoknak vörös, az enyém meg fekete, de egyikünk hajszíne sem egyezik a nevével.” Fehér rábólint: „Csakugyan, teljesen igazad van!”*
Milyen színű a festőművész haja?

Megoldás:

Az első beszélő haja fekete, ezért ő nem Fekete, de nem is Fehér, mert Fehér válaszol neki, tehát az első beszélő Vörös (fekete hajjal).

Mivel ő a festő, így a kért hajsín fekete

2. *Nevezzünk egy számot „szerencsésnek”, ha számjegyei két csoportba oszthatók úgy, hogy a jegyek összege mindkét csoportban ugyanannyi. Pl a 41.375 szerencsés szám, mert $3+7=4+1+5$.*
Melyek azok a 3-jegyű szerencsés számok, melyeknek egyik szomszédja is szerencsés?

Megoldás:

A két egyenlő összegű csoportba osztás csak akkor lehetséges, ha a számjegyösszeg páros. A keresett szám szomszédja nála 1-gyel nagyobb (vagy kisebb), ez csak akkor tud szintén páros lenni, ha közben 10-es átlépés van. (Egyébként a jegyösszeg is csak 1-gyel változik, így páratlanná válva).

Tehát a két szomszédos szerencsés szám egyike (a kisebb) 9-re végződik, a másik 0-ra.

Jelöljük így: $\overline{ab9}$ és $\overline{a(b+1)0}$. Mivel a 9 a legnagyobb számjegy, a 9-et tartalmazó szám csak akkor lehet „szerencsés”, ha a másik két jegy összege 9.

$$a + b = 9.$$

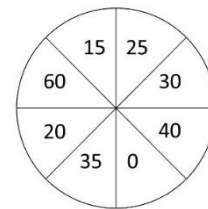
A 0 végű „szerencsés” csak úgy lehet szerencsés, ha $a = b + 1$, ezért $a = 5$ és $b = 4$.

Két ilyen szám van: 549 és 550. ($5 + 4 = 9$, és $5 + 0 = 5$)

(Nem lehet a tízes helyiértéken is tízes átlépés, mert ekkor a 2 utolsó számjegy 0 lenne, míg az első jegy 0-nál nagyobb.)

Az ilyen szám nem „szerencsés”.)

3. Ezen a céltáblán 75 pontot kell elérni 4 lövéssel. Érvénytelen lövésünk nincs (mindegyik talál) és egy sorozatban eltalált 4 szám más sorrendbe rakva nem jelent új sorozatot.



Hányféleképpen érhető el a kitűzött pontszám?

Megoldás:

Rendezzük megoldásainkat táblázatba! Tartsunk csökkenő számsorrendet: $a \geq b \geq c \geq d$

a	60	40	40	35	35	30	30	30	25	25	20
b	15	35	20	25	20	30	25	15	25	20	20
c	0	0	15	15	20	15	20	15	25	15	20
d	0	0	0	0	0	0	0	15	0	15	15

11 megoldás lehetséges.

4. Adott egy olyan téglalap, melynek a rövidebb oldala a hosszabb oldalnak $\frac{3}{4}$ része. Oszd fel a téglalapot

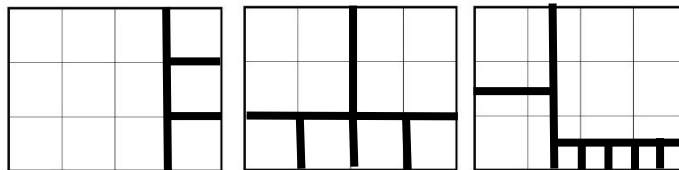
a) 4 négyzetre;

b) 6 négyzetre

c) 8 négyzetre!

(A négyzeteknek nem kell egybevágóknak lenni.)

Megoldás:



5. Egy matematikaversenyen 2 feladatot tűztek ki, s az indulók mindegyike megoldott legalább egy feladatot. Az elsőt a versenyzők $\frac{3}{5}$ része, a másodikat a versenyzők $\frac{4}{5}$ része oldotta meg. Pontosan egy feladattal 63 versenyző készült el. Hányan indultak a versenyen?

Megoldás:

$\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = 1 + \frac{2}{5}$, a versenyzők $\frac{2}{5}$ része oldotta meg mindkét feladatot. Csak az elsőt tehát a versenyzők $\frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$ része, míg csak a másodikat a versenyzők $\frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$ része oldotta meg. Eszerint pontosan egy feladatot a versenyzők $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ része oldott meg, s ez 63 fő. Így a teljes versenyzői létszám $63 : \frac{3}{5} = 105$ fő.