Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye
2016-2017
8.osztály
Döntő
Megoldások

1. *Öt darab különböző nagyságú barackunk van, és három darab különböző nagyságú almánk van. Két csomagot kell készíteni belőlük úgy, hogy mindkét csomagban négy-négy darab gyümölcs legyen, melyek legalább egyike alma. Hányféleképpen tehetjük ezt meg? (Két csomagolás akkor különböző, ha nem ugyanúgy osztottuk szét a különböző fajtájú és méretű gyümölcsöket.)*

**Megoldás:**

Mivel mindkét csomagba kell almát tennünk, ezért az egyik csomagban egy alma, a másikban kettő lesz. Ezt háromféleképpen állíthatjuk elő, aszerint, hogy melyik alma marad egyedül. A két alma mellé még két barackot kell választanunk. Ezt a rendelkezésre álló öt darabból összesen 10-féleképpen tehetjük meg. Mivel az almák szétosztásától függetlenül végezhetjük el a barackok szétosztását, ezért összesen $3∙10=30$-féle csomagpárt készíthetünk.

1. *Peti vásárolt egy körzőt, egy vonalzót és egy szögmérőt. Ha a körző az ötödébe, a vonalzó a felébe és a szögmérő a kétötödébe kerülne, akkor* $400 Ft$*-ot, ha pedig a körző a felébe, a vonalzó a negyedébe és a szögmérő a harmadába kerülne, akkor* $600 Ft$*-ot fizetett volna. Hány forintba került Peti vásárlása?*

**Megoldás:**
$$\frac{k}{5}+\frac{v}{2}+\frac{2sz}{5}=400 és \frac{k}{2}+\frac{v}{4}+\frac{sz}{3}=600$$

Ebből:

$$2k+5v+4sz=4000 és 6k+3v+4sz=7200$$

Azaz:

$$8k+8v+8sz=11 200 vagyis k+v+sz=1400$$

1. Jelöljük $E$-vel az $ABCD$ négyzet $AB$ oldalának felezőpontját! Határozd meg a rajzon $I., II., III., IV$-gyel jelzett sokszögek mindegyikéről, hogy területük mekkora része a négyzet területének!

**Megoldás:**
Az I. és II.-vel jelzett területek összege a négyzet negyede.

Megmutatjuk, hogy a II. rész területének fele az I. rész!

Legyen a $DB$ és $CE $metszéspontja $M$. Tükrözzük a $DB$ átlóra az $ME$-t. Ekkor $E $képe $BC$ felezőpontja $(E’)$, a $BME$ háromszög képe $BE’M$. Az $BCM$ és $BE’M$ háromszögek $M$-ből bocsájtott magasságai megegyeznek, a magassághoz tartozó oldal 2-szer akkora a $BCM$ háromszögben, így a területe is kétszer akkora, mint a $BE’M$ háromszögnek, és a vele egybevágó $BME $háromszögnek.

Tehát az I. rész területe a négyzet negyedének a harmada, azaz az $\frac{1}{12}-e$.

A II. rész területe a négyzet negyedének a kétharmada, azaz az $\frac{1}{6}-a$.

A III. rész a négyzet feléből a hatoda, azaz az $\frac{1}{3}-a$.

A IV. rész a négyzet feléből a tizenkettede, azaz az $\frac{5}{12}-e$.

1. *A* $11112222$ *számot felbontottam két egymást követő egész szám szorzatára. Melyik két szomszédos egész szám szorzatára bonthattam fel?*

**Megoldás:**

$$11112222=1111∙10000+1111∙2$$

Azaz: $11112222=1111∙10002$

$$1111∙10002=1111∙3∙10002 :3=3333∙3334$$

Tehát a keresett egészek lehetnek a $3333$ és a $3334$, illetve a $(-3334)$ és a $(-3333)$.

1. Az $ABC$ egyenlő szárú derékszögű háromszög szárainak hossza $AC=BC=8 cm$. Megrajzoltuk az $A$ középpontú, $C$-n átmenő $CE$, és a $B $középpontú $C$-n átmenő $CD$ köríveket. Mekkora a $CDE$ alakzat területe?

**Megoldás:**

$T\_{ABC}=T\_{AEC}+T\_{BCD}-T\_{CDE}$, ebből $T\_{CDE}=T\_{AEC}+T\_{BCD}-T\_{ABC}$.

Mivel a körcikkek középponti szöge $45°$ és sugara $8 cm$, ezért a területe nyolcada egy $8 cm$ sugarú kör területének, azaz $T\_{AEC}=T\_{BCD}=\frac{8^{2}∙π}{8}=8π$ négyzetcentiméterben. A háromszög területe $T\_{ABC}=\frac{8∙8}{2} (cm^{2})$.

Tehát $T\_{CDE}=T\_{AEC}+T\_{BCD}-T\_{ABC}=2∙8π-32=16π-32≈18,24 (cm^{2})$.$(π≈3,14)$