Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye  
2016-2017  
8.osztály  
Döntő  
Megoldások

1. *Öt darab különböző nagyságú barackunk van, és három darab különböző nagyságú almánk van. Két csomagot kell készíteni belőlük úgy, hogy mindkét csomagban négy-négy darab gyümölcs legyen, melyek legalább egyike alma. Hányféleképpen tehetjük ezt meg? (Két csomagolás akkor különböző, ha nem ugyanúgy osztottuk szét a különböző fajtájú és méretű gyümölcsöket.)*

**Megoldás:**

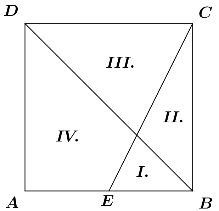
Mivel mindkét csomagba kell almát tennünk, ezért az egyik csomagban egy alma, a másikban kettő lesz. Ezt háromféleképpen állíthatjuk elő, aszerint, hogy melyik alma marad egyedül. A két alma mellé még két barackot kell választanunk. Ezt a rendelkezésre álló öt darabból összesen 10-féleképpen tehetjük meg. Mivel az almák szétosztásától függetlenül végezhetjük el a barackok szétosztását, ezért összesen -féle csomagpárt készíthetünk.

1. *Peti vásárolt egy körzőt, egy vonalzót és egy szögmérőt. Ha a körző az ötödébe, a vonalzó a felébe és a szögmérő a kétötödébe kerülne, akkor -ot, ha pedig a körző a felébe, a vonalzó a negyedébe és a szögmérő a harmadába kerülne, akkor -ot fizetett volna. Hány forintba került Peti vásárlása?*

**Megoldás:**

Ebből:

Azaz:

1. Jelöljük -vel az négyzet oldalának felezőpontját! Határozd meg a rajzon -gyel jelzett sokszögek mindegyikéről, hogy területük mekkora része a négyzet területének!

**Megoldás:**  
Az I. és II.-vel jelzett területek összege a négyzet negyede.

Megmutatjuk, hogy a II. rész területének fele az I. rész!

Legyen a és metszéspontja . Tükrözzük a átlóra az -t. Ekkor képe felezőpontja , a háromszög képe . Az és háromszögek -ből bocsájtott magasságai megegyeznek, a magassághoz tartozó oldal 2-szer akkora a háromszögben, így a területe is kétszer akkora, mint a háromszögnek, és a vele egybevágó háromszögnek.

Tehát az I. rész területe a négyzet negyedének a harmada, azaz az .

A II. rész területe a négyzet negyedének a kétharmada, azaz az .

A III. rész a négyzet feléből a hatoda, azaz az .

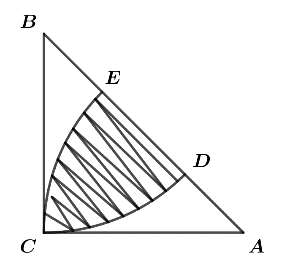
A IV. rész a négyzet feléből a tizenkettede, azaz az .

1. *A számot felbontottam két egymást követő egész szám szorzatára. Melyik két szomszédos egész szám szorzatára bonthattam fel?*

**Megoldás:**

Azaz:

Tehát a keresett egészek lehetnek a és a , illetve a és a .

1. Az egyenlő szárú derékszögű háromszög szárainak hossza . Megrajzoltuk az középpontú, -n átmenő , és a középpontú -n átmenő köríveket. Mekkora a alakzat területe?

**Megoldás:**

, ebből .

Mivel a körcikkek középponti szöge és sugara , ezért a területe nyolcada egy sugarú kör területének, azaz négyzetcentiméterben. A háromszög területe .

Tehát .